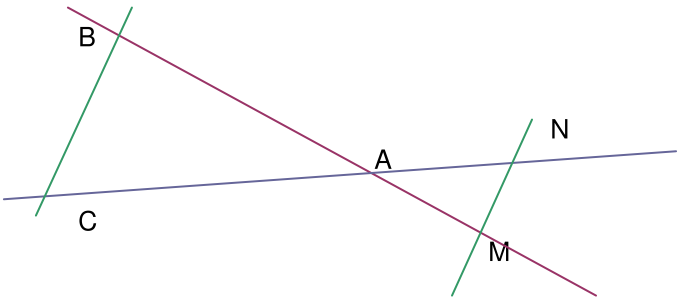
Chapitre 2 : Le théorème de Thalès et sa réciproque.

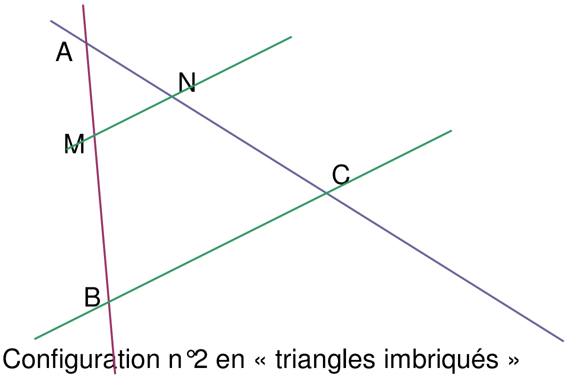
On se place dans le plan.
Rappel : Droites sécantes : droites qui se coupent.

I. Le théorème de Thalès.

Il y a deux configurations correspondant à ce théorème :



Configuration n°1 en « nœud papillon »



Configuration n°2 en « triangles imbriqués »

1° Triangle : $\boxed{A \quad M}$ N

2° Triangle : $\boxed{A \quad B}$ C

$$\frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AC}=\frac{MN}{BC}.$$

A quoi ça sert ?
Quand on a des parallèles, ce théorème sert à *calculer* des longueurs..
Il répond à une question du type « **Calculer…** »

Théorème 1 : Théorème de Thalès.
Supposons que les triangles ABC et AMN soient portés par deux droites sécantes ;
Si (BC) // (MN), alors $\frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AC}=\frac{MN}{BC}$.

Rédiger une démonstration utilisant le théorème de Thalès :

On sait que (…) // (…) ← ***Attention ! Pas de parallèles pas de Thalès !!! (Il faut avoir des parallèles dans l'énoncé, ou les avoir démontrées avant de se lancer dans le théorème de Thalès)***
Donc, d'après le théorème de Thalès,

$\frac{....}{....}=\frac{....}{....}=\frac{....}{....}$ ← ***Ne pas se planter en écrivant les fractions !***

Ensuite, on peut utiliser les « produits en croix » pour calculer les longueurs que l'on cherche. Pour cela, on utilise toujours les fractions deux par deux : la fraction où l'on connaît tout, et celle qui contient ce que l'on cherche.

II. La réciproque du théorème de Thalès.

Les deux configurations correspondant à cette propriété sont les mêmes que précédemment.

A quoi ça sert ?
Ce théorème permet, connaissant certains rapports de longueur, de démontrer que deux droites sont parallèles.
Il répond à une question du type « **Démontrer que…** »

Propriété 1 : Réciproque du théorème de Thalès.
Supposons que les triangles ABC et AMN sont portés par deux droites sécantes ;
Si $\frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AC}$, et si les points A, B, M et les points A, C, N sont dans le même ordre,
alors (BC) // (MN).

Rédiger une démonstration utilisant la réciproque du théorème de Thalès:

On calcule séparément :

$\frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$ ← ***(rendre la 1° fraction irréductible – à la calculatrice, si on est malin !!!)***

$\frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$ ← ***(rendre la 2° fraction irréductible – à la calculatrice, si on est malin !!!)***

Et les points …, … , … et … , … , … sont alignés dans le même ordre.
Donc, d'après la réciproque du théorème de Thalès, (…) // (…)

Méthodes pour démontrer que deux fractions sont égales (réciproque) :

1) Produits en croix :

Montrons que $\frac{4}{6} = \frac{12}{18}$.

Attention ! Ne pas écrire 4×18 = 6×12, il faut prouver que c'est vrai (que c'est égal) avant de l'écrire !
On calcule séparément :
4×18 = 72
6×12 = 72

Donc 4×18 = 6×12, donc $\frac{4}{6} = \frac{12}{18}$.

2) Rendre les fractions irréductibles, ou les mettre au même dénominateur.

$$\begin{cases} \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \\ \frac{12}{18} = \frac{2}{3} \end{cases}$$

ou $\frac{4}{6} = \frac{4 \times 3}{6 \times 3} = \frac{12}{18}$

3) « Calculer » les fractions.

SEULEMENT si le résultat est entier (« tombe pile ») ou décimal (le dénominateur des fractions a un développement en facteurs premiers composé unique ment de « 2 » et de « 5 »).
Sinon, on est en train de calculer une valeur approchée, et « l'à peu près » ne prouve rien (on ne demande pas de prouver que les droites sont « à peu près » parallèles !).